Universidade Federal do Espírito Santo
Centro de Ciências Agrárias
Departamento de Ciências Florestais e da Madeira

CAPÍTULO III
Altura da Árvore

Professor Gilson Fernandes da Silva

1 – Importância em se medir a altura das árvores

✓ Por meio da altura e do DAP, pode-se estimar o volume das árvores para diferentes situações, como, por exemplo, o volume total e volumes parciais.

✓ Árvores provenientes de um mesmo material genético, recebendo similar tratamento silvicultural, mesmo que apresentem o mesmo valor de DAP, podem diferir significativamente em altura, fornecendo, consequentemente, volumes de madeira diferentes.

✓ Outra importância na medição da altura está na classificação da capacidade produtiva dos locais de plantio.

2 – Pontos de medição da altura

A altura pode ser medida em diferentes pontos de uma árvore, de acordo com o interesse de quem vai medir:

✓ **Altura total (h) da árvore**: distância vertical considerada desde o chão até o ápice da copa;

✓ **Altura do fuste (h_f)**: distância vertical que corresponde desde o chão até a base da copa;

✓ **Altura comercial (h_c)**: parte do fuste economicamente aproveitável que corresponde a distância desde a altura do corte até a altura do diâmetro mínimo comercial;

✓ **Altura do toco ($h_{0,3}$)**: parte que fica no terreno após o corte aproveitável da árvore;

✓ **Altura da copa (h_{cop})** = $h - h_f$

3 – Métodos de medição da altura

3.1 – Métodos expeditos

Medir a altura total de uma árvore é bem mais oneroso que medir seu diâmetro à altura do peito, especialmente em florestas de porte mais elevado.

Por este motivo, é comum encontrar em algumas situações, mensuradores treinados para estimar a altura da árvore a olho desarmado.

Para auxiliar esta tarefa, pode-se colocar uma vara com tamanho conhecido próximo da árvore de modo que, por comparação, o mensurador possa fazer uma avaliação melhor.

3.2 – Métodos diretos

São aqueles em que as medidas são tomadas diretamente na árvore. Como exemplos desse tipo de método, pode-se citar:

- ✓ **Medição por escalada da árvore:** Consiste em escalar a árvore e medir sua altura com uma trena. É pouco prático e arriscado. Usado às vezes em trabalhos de pesquisa.
- ✓ **Derrubada da árvore com posterior medição de sua altura com uma trena:** Usado em procedimentos de cubagem rigorosa.
- ✓ **Medição com régua telescópica.**

3.3 – Métodos indiretos

São aqueles que precisam de instrumentos (clinômetros ou hipsômetros) para a estimação da altura correspondente. Estes aparelhos em geral se baseiam em princípios geométricos e trigonométricos.

3.3.1 – Métodos baseados em princípios geométricos

Estes métodos são deduzidos a partir da relação entre triângulos semelhantes, podendo-se citar os hipsômetros de Christen, Weise, Merrit e a prancheta dendrométrica.

Hipsômetro de Christen

Fazendo $\overline{bc} = \frac{\overline{bd}\,\overline{BC}}{\overline{BD}}$ pode-se construir a seguinte tabela:

Altura da Árvore (m)	Altura da Vara (m)				
	3	4	5	6	7
5	180	240	300	360	420
6	150	200	250	300	350
7	129	171	214	257	300
8	113	150	188	225	263
9	100	133	167	200	233
10	90	120	150	180	210
11	82	109	136	164	191
12	75	100	125	150	175
13	69	92	115	138	162
14	64	86	107	129	150
15	60	80	100	120	140
16	56	75	94	113	131
17	53	71	88	106	124
18	50	67	83	100	117
19	47	63	79	95	111
20	45	60	75	90	105
21	43	57	71	86	100
22	41	55	68	82	95
23	39	52	65	78	91
24	38	50	63	75	88
25	36	48	60	72	84
26	35	46	58	69	81
27	33	44	56	67	78
28	32	43	54	64	75
29	31	41	52	62	72
30	30	40	50	60	70
35	26	34	43	51	60
40	23	30	38	45	53

Uso prático do aparelho

Segurar o hipsômetro na vertical, de preferência pendurando-o em um cordão qualquer para facilitar a perpendicularidade do aparelho.

Enquadrar a imagem da árvore entre as reentrâncias dos dois quadrados existentes nas extremidades da barra graduada. Isto é conseguido afastando-se ou aproximando-se da árvore, ou então colocando o instrumento mais próximo ou mais distante do olho, para aumentar ou diminuir o ângulo de visada.

Nesta posição, sem mais movimentar o aparelho e a cabeça, o operador lança uma linha de vista para o topo da vara auxiliar encostada ao fuste da árvore. Esta linha de vista cortará a escala graduada do hipsômetro em um ponto, sobre o qual será lida a altura da árvore diretamente.

Vantagens:

✓Fácil construção;

✓Não necessita de medidas de distâncias do operador à árvore;

✓Apenas uma leitura fornece a altura da árvore;

✓A altura lida não é influenciada pela declividade do terreno.

Desvantagens:

✓Necessidade absoluta de se manter a mão imóvel no ato da medição;

✓Dificuldade de encontrar ponto apropriado para enquadramento da árvore no comprimento do hipsômetro em florestas densas;

✓Quanto maior for a altura da árvore a ser medida, menor será a exatidão da medida, porque os intervalos entre as graduações tornam-se cada vez menores.

3.3.2 – Métodos baseados em princípios trigonométricos

Os aparelhos baseados em princípios trigonométricos podem ser divididos em dois grupos: Os clinômetros e os hipsômetros.

⇒ Clinômetros

✓ São aparelhos construídos para medir ângulos verticais, tendo aplicações gerais.

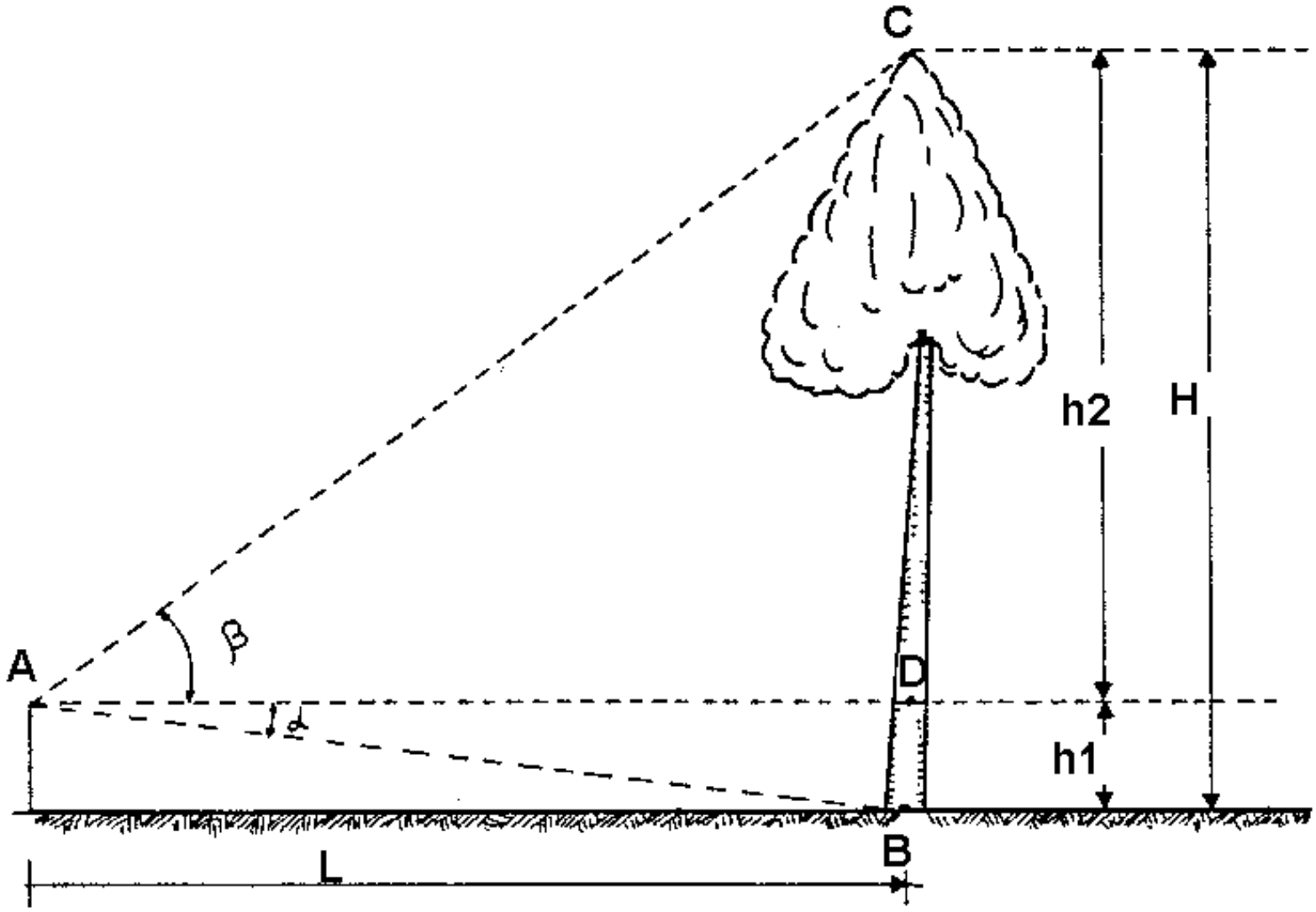
✓ Nas escalas desses aparelhos podem-se fazer leituras dos ângulos em graus ou percentagem.

✓ A partir de princípios trigonométricos e juntamente com medidas de distâncias horizontais do mensurador à árvore, podem ser utilizados para medir as alturas das árvores.

✓ Como exemplo de clinômetros correntemente empregados no meio florestal, pode-se citar o nível de Abney, o clinômetro Suunto e o clinômetro digital (Figura 1).

⇒ Demonstração do princípio trigonométrico

Caso A:



Considerando os ângulos α e β, a distância L (horizontal) e os segmentos $\overline{BD}$ e $\overline{DC}$, pode-se escrever as seguintes relações trigonométricas:

$$tg(\alpha) = \frac{\overline{BD}}{L} \quad \text{e} \quad tg(\beta) = \frac{\overline{DC}}{L} \quad \text{ou}$$

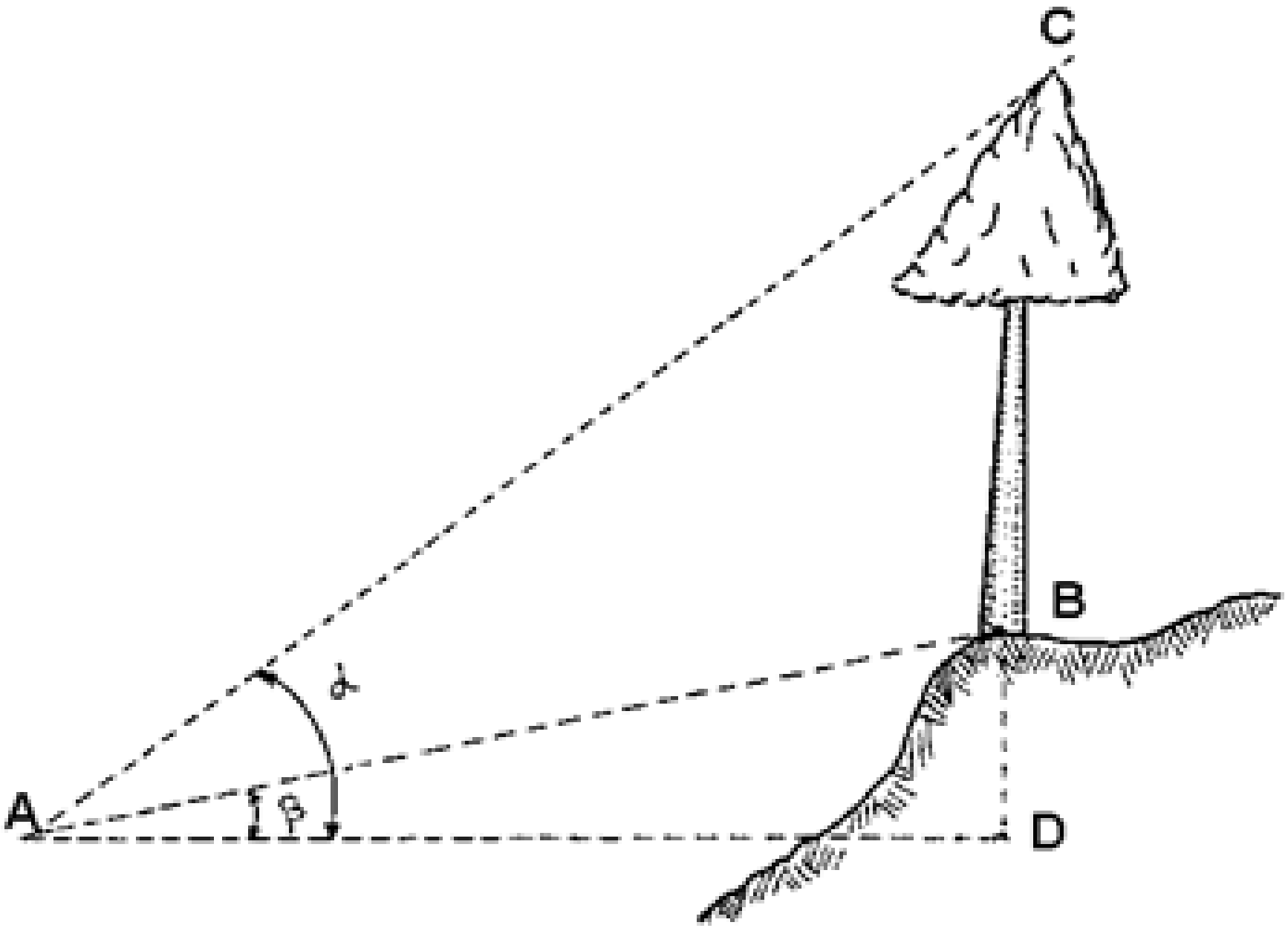
$$\overline{BD} = tg(\alpha)L \quad \text{e} \quad \overline{DC} = tg(\beta)L$$

A altura da árvore $\overline{BC}$ pode ser obtida por:

$$\overline{BC} = \overline{BD} + \overline{DC} \quad \Rightarrow \quad \overline{BC} = tg(\alpha)L + tg(\beta)L$$

$$\overline{BC} = L[tg(\alpha) + tg(\beta)] \quad \text{ou} \quad h = L[tg(\alpha) + tg(\beta)]$$

Caso B:



Considerando os ângulos α e β, a distância L (horizontal) e os segmentos $\overline{DC}$ e $\overline{DB}$, pode-se escrever as seguintes relações trigonométricas:

$$tg(\alpha) = \frac{\overline{DC}}{L} \quad e \quad tg(\beta) = \frac{\overline{DB}}{L} \quad ou$$

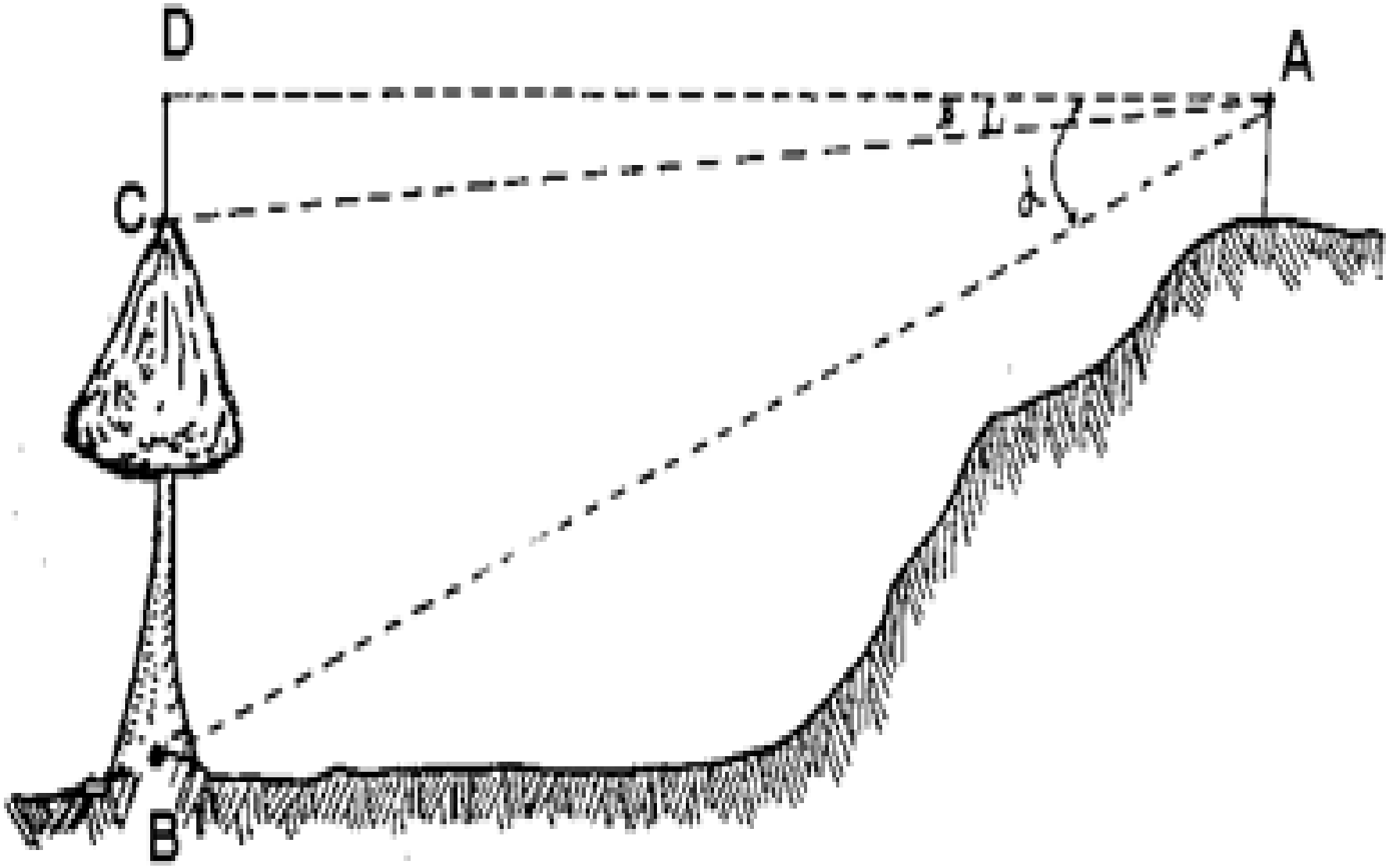
$$\overline{DC} = tg(\alpha)L \quad e \quad \overline{DB} = tg(\beta)L$$

A altura da árvore $\overline{BC}$ pode ser obtida por:

$$\overline{BC} = \overline{DC} - \overline{DB} \quad \Rightarrow \quad \overline{BC} = tg(\alpha)L - tg(\beta)L$$

$$\overline{BC} = L[tg(\alpha) - tg(\beta)] \quad ou \quad h = L[tg(\alpha) - tg(\beta)]$$

Caso C:



Considerando os ângulos α e β, a distância L (horizontal) e os segmentos $\overline{BD}$ e $\overline{CD}$, pode-se escrever as seguintes relações trigonométricas:

$$tg(\alpha) = \frac{\overline{BD}}{L} \quad e \quad tg(\beta) = \frac{\overline{CD}}{L} \quad ou$$

$$\overline{BD} = tg(\alpha)L \quad e \quad \overline{CD} = tg(\beta)L$$

A altura da árvore $\overline{BC}$ pode ser obtida por:

$$\overline{BC} = \overline{BD} - \overline{CD} \quad \Rightarrow \quad \overline{BC} = tg(\alpha)L - tg(\beta)L$$

$$\overline{BC} = L[tg(\alpha) - tg(\beta)] \quad ou \quad h = L[tg(\alpha) - tg(\beta)]$$

Fórmula Geral: $h = L[tg(\alpha) \pm tg(\beta)]$

Exemplo 1: De posse de uma trena em um terreno plano, um mensurador posicionou-se a uma distância horizontal de 25 metros de uma árvore. Utilizando um clinômetro, o mensurador fez uma visada no topo da árvore e encontrou um ângulo de +43,83 graus na escala do aparelho. Visando a base da árvore o mensurador encontrou um ângulo de -4,00 graus. Qual a altura (h) da árvore em questão?

Solução: Pela aplicação da Fórmula Geral, tem-se:

$$h = 25\left[tg(43{,}83) + tg(4{,}00)\right]$$

ou

$$h = 25{,}75 \text{ metros}$$

⇒ O caso dos clinômetros com escala em percentagem

No caso de clinômetros em que as leituras são expressas na escala graduada em percentagem, a altura, para ser encontrada, requer uma "adaptação" da fórmula geral básica anterior.

$$L_1 = \left(\frac{\overline{BD}}{L}\right)100 \Rightarrow \quad L_1 = [tg(\alpha)]100 \quad \Rightarrow \quad tg(\alpha) = \frac{L_1}{100}$$

$$L_2 = \left(\frac{\overline{DC}}{L}\right)100 \Rightarrow \quad L_2 = [tg(\beta)]100 \quad \Rightarrow \quad tg(\beta) = \frac{L_2}{100}$$

Substituindo estas relações na fórmula geral do *slide* anterior, tem-se:

$$h = L\left[\frac{L_1}{100} \pm \frac{L_2}{100}\right] \qquad \text{ou} \qquad h = \frac{L}{100}\left[L_1 \pm L_2\right]$$

Em que L_1 e L_2 são as leituras realizadas no clinômetro graduado em %

Exemplo 2: De posse de uma trena em um terreno plano, um mensurador posicionou-se a uma distância horizontal de 25 metros de uma árvore. Utilizando um clinômetro, o mensurador fez uma visada no topo da árvore e encontrou uma leitura em percentagem igual a +96% (L_1). Visando a base da árvore o mensurador encontrou uma leitura igual a -7% (L_2). Qual a altura (h) da árvore em questão?

Solução: Pela aplicação da Fórmula Geral, tem-se:

$$h = \frac{25}{100}[96 + 7]$$

ou

$$h = 25{,}75 \text{ metros}$$

Regra prática no uso de clinômetros:

Tipo de terreno	Escala do aparelho	Expressão de cálculo
Plano	Graus	$h = L[tg(\alpha) + tg(\beta)]$
Plano	Percentagem	$h = \frac{L}{100}[L_1 + L_2]$
Inclinado*	Graus	$h = L[tg(\alpha) - tg(\beta)]$
Inclinado*	Percentagem	$h = \frac{L}{100}[L_1 - L_2]$

*** O tipo de terreno inclinado pressupõe os casos B e C**

⇒ Hipsômetros

✓ São aparelhos construídos especificamente para medir alturas, inclusive as das árvores.

✓ Nas escalas desses aparelhos é possível se ler as alturas das árvores diretamente em metros.

✓ Como exemplo de hipsômetros correntemente empregados no meio florestal, pode-se citar os hipsômetros de Haga, Blume-Leiss, Suunto e Vertex (Figura 2).

Fórmula geral de cálculo dos hipsômetros:

$$L_1 = tg(\alpha)L \quad e \quad L_2 = tg(\beta)L \quad \Rightarrow \quad h = [L_1 \pm L_2]$$

Em que L_1 e L_2 são as leituras realizadas no hipsômetro, em metros.

✓ A escala do hipsômetro baseado no princípio trigonométrico normalmente é dividida em duas partes, assumindo valor zero no centro da escala e valores positivos à direita do zero e negativos à esquerda.

✓ Independentemente da escala de graduação dos hipsômetros, se as leituras forem obtidas em *lados opostos* da escala (positiva e negativa) elas devem ser *somadas* para obter a altura da árvore.

✓ Se forem obtidas no *mesmo lado* (mesmo sinal), elas devem ser *subtraídas*. No caso A, mostrado anteriormente, as leituras serão somadas. Nos casos B e C, elas serão subtraídas.

Regra Prática:

Leitura no topo	Leitura na base	Altura
+	−	$h = L_1 + L_2$
+	+	$h = L_1 - L_2$
−	−	$h = L_1 - L_2$

3.4 – Problemas com a declividade do terreno

✓Em aparelhos com princípio trigonométrico, as expressões gerais utilizadas para estimar a altura das árvores levam em consideração a distância horizontal (L) entre o observador e a árvore.

✓Este fato reforça o cuidado que se deve ter em se medir esta distância corretamente quando no uso de clinômetros e hipsômetros baseados neste princípio de estimação da altura da árvore.

✓O erro mais comum no uso desta distância ocorre em terrenos inclinados. Este erro é facilmente percebido pela observação da Figura 3.

Exemplo 3: Um mensurador deseja medir a altura de uma árvore em um terreno com declividade igual a 14 graus. A que distância no campo ele deveria ficar da árvore para que a medição seja feita corretamente na escala de 25 metros do hipsômetro?

Solução: $\theta = 14^{o}$; $L = 25$ metros e $d_{incl} = ?$

$$d_{incl} = \frac{25}{\cos(14)} = 25{,}77 \text{ metros}$$

Obs → Em aparelhos em que a declividade é medida em %, o ângulo em graus é obtido por:

$$\theta = \text{arctg}\,(P)$$

Exemplo 4: Um mensurador deseja medir a altura de uma árvore em um terreno com declividade igual a 30%. A que distância no campo ele deveria ficar da árvore para que a medição seja feita corretamente na escala de 25 metros do hipsômetro?

Solução: $tg(\theta) = 0{,}30 \quad \Rightarrow \quad \theta = arctg(0{,}30) = 16{,}70°$

$$d_{incl} = \frac{25}{\cos(16{,}70)} = 26{,}10 \text{ metros}$$

Caso o mensurador faça a medição da altura em uma distância diferente daquela definida no hipsômetro, é possível fazer a correção a partir da seguinte relação trigonométrica:

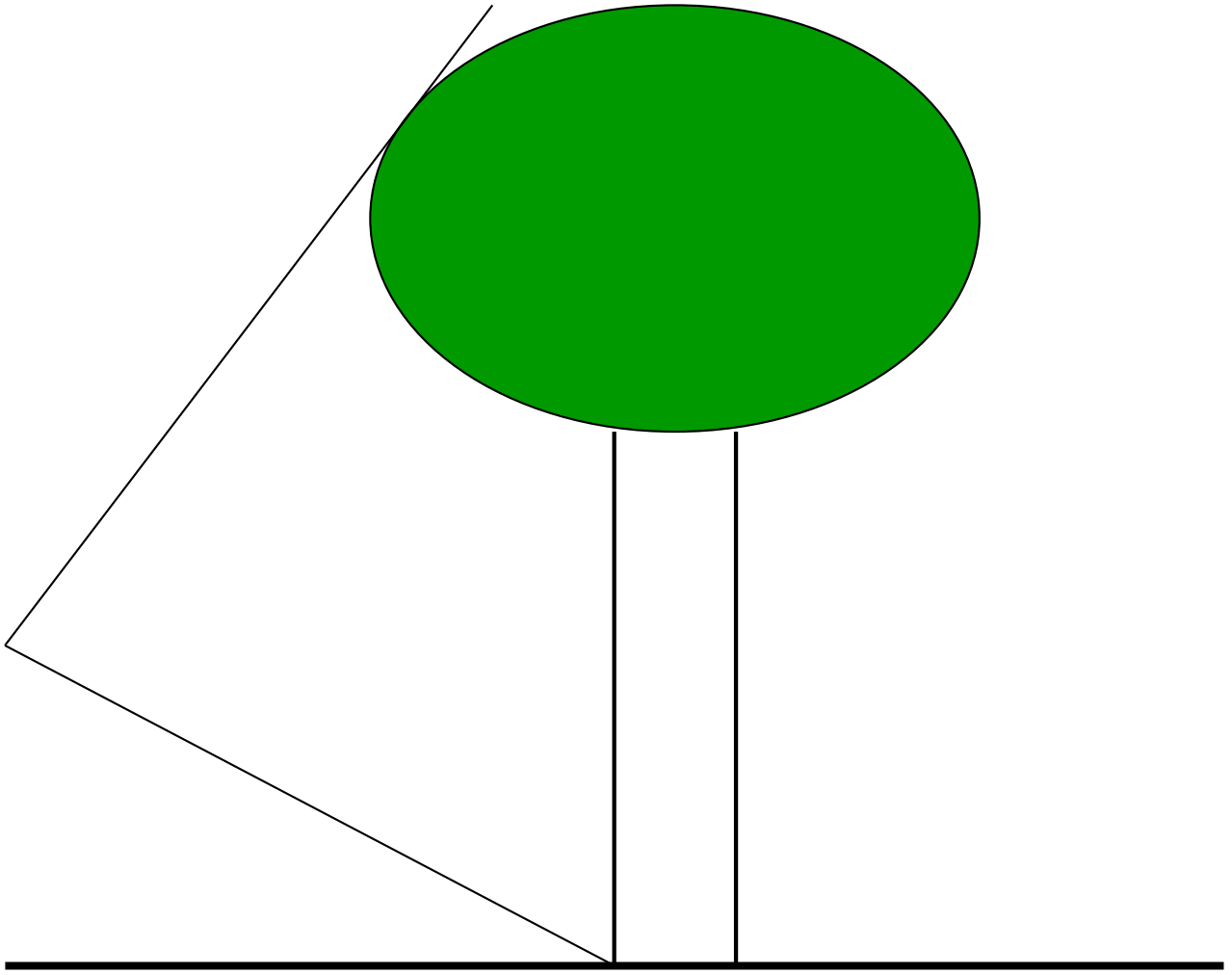
$$h_{corrigida} = h_{lida} \cos(\theta)$$

Exemplo 5: Um mensurador usando a escala de 20 metros do hipsomêtro mediu a altura de uma árvore ficando dela 20 metros de distância inclinada. O resultado obtido no aparelho foi de 9,99 metros. Considerando que o terreno em questão tem uma declividade de 25,64°, qual seria a altura correta da árvore?

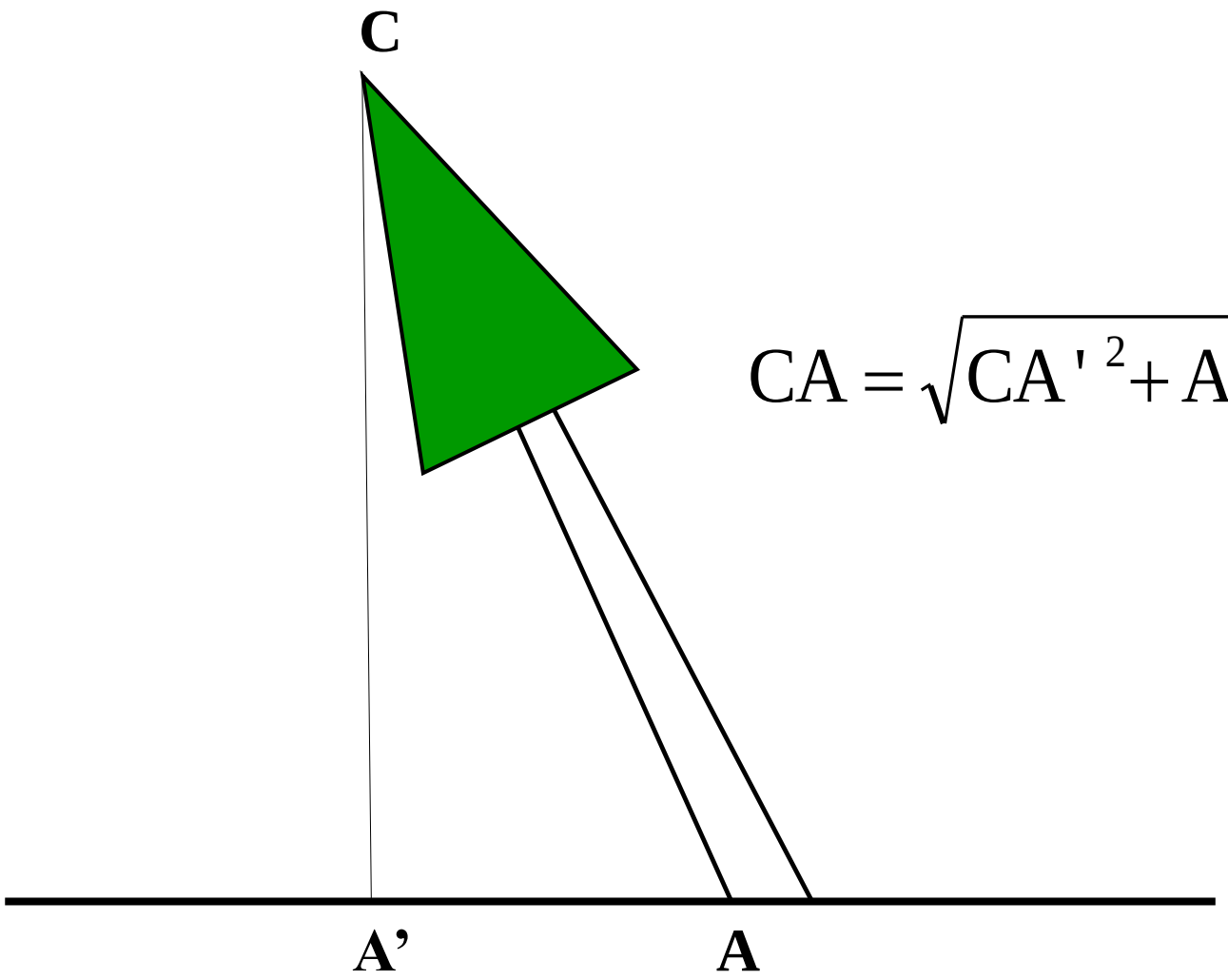
$$h_{corrigida} = 9{,}99 \cos(25{,}64) = 9{,}01 \text{ metros}$$

4 – Erros nas medições das alturas

a) Dificuldades na visualização da copa e da base da árvore



b) Inclinação da árvore



$$CA = \sqrt{CA'^{2} + A'A^{2}}$$

ERROS RELACIONADOS AO OPERADOR

ERROS RELACIONADOS AOS INSTRUMENTOS

Como evitar?

TREINAMENTO E AFERIÇÃO

5 – Alturas médias do povoamento

5.1 – Altura média aritmética

A altura média aritmética pode ser calculada pela seguinte expressão:

$$\bar{h} = \frac{h_1 + h_2 + \cdots + h_n}{n} \quad \Rightarrow \quad \bar{h} = \frac{\sum_{i=1}^{n} h_i}{n}$$

Para dados agrupados em classes de diâmetro, tem-se:

$$\bar{h} = \frac{f_1\bar{h}_1 + f_2\bar{h}_2 + \cdots + f_n\bar{h}_n}{f_1 + f_2 + \cdots + f_n} \quad \Rightarrow \quad \bar{h} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i\bar{h}_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$$

5.2 – Altura média de Lorey

A altura média de Lorey pode ser calculada pela seguinte expressão:

$$h_L = \frac{(g_1 h_1) + (g_2 h_2) + \cdots + (g_n h_n)}{g_1 + g_2 + \cdots + g_n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} g_i h_i}{\sum_{i=1}^{n} g_i}$$

Para dados agrupados em classes de diâmetro, tem-se:

$$h_L = \frac{(f_1 g_1 \bar{h}_1) + (f_2 g_2 \bar{h}_2) + \cdots + (f_n g_n \bar{h}_n)}{f_1 g_1 + f_2 g_2 + \cdots + f_n g_n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i g_i \bar{h}_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i g_i}$$

Exemplo:

cl_i	$\bar{h}_i$	f_i	Fa_i	$f_i cl_i$	$f_i g_i$	$\sum f_i g_i$	$f_i g_i \bar{h}_i$
09	11,5	15	15	135	0,0954	0,0954	1,0974
11	13,0	22	37	242	0,2091	0,3045	2,7179
13	16,5	53	90	689	0,7035	1,0080	11,6074
15	17,0	59	149	885	1,0426	2,0506	17,7245
17	20,0	50	199	850	1,1349	3,1855	22,6980
19	21,5	36	235	684	1,0207	4,2062	21,9451
21	22,8	16	251	336	0,5542	4,7604	12,6352
23	25,5	02	253	46	0,0831	4,8435	2,1189
25	20,0	01	254	25	0,0491	4,8926	0,9817
Total		**254**		**3892**			**93,5263**

Fonte: FINGER, 1992

$$\bar{h} = [(15 \times 11,5) + (22 \times 13,0) + \cdots + (1 \times 20,0)]/254 = 17,90 \text{ m}$$

$$h_L = [(11,5 \times 0,0954) + (13 \times 0,2091) + \cdots + (20 \times 0,0491)]/4,8926 = 19,12 \text{ m}$$

6 – Relação hipsométrica

A relação entre a altura e o diâmetro de uma árvore é denominada relação hipsométrica.

Em populações com árvores de grande porte, a variável altura é difícil de ser mensurada, elevando muito o tempo e o custo da coleta dos dados do inventário.

Sendo assim, uma relação hipsométrica pode permitir estimar boa parte das alturas de uma amostra, significando um grande ganho prático na realização de inventários florestais.

6.1 – Fatores que afetam a relação hipsométrica

- ✓ Idade;
- ✓ Qualidade do local;
- ✓ Densidade;
- ✓ Posição sociológica.

Quanto mais homogêneo o povoamento, mais bem definida é a relação hipsométrica.

Relações hipsométricas em geral não funcionam bem em florestas nativas.

6.2 – Modelos empregados em relações hipsométricas

$$h = \beta_0 + \beta_1 \log(d) + \varepsilon$$ (HERICKSEN, 1950)

$$h = \beta_0 + \beta_1 / d^2 + \varepsilon$$ (ASSMANN, 1952)

$$\log(h) = \beta_0 + \beta_1 \log(d) + \varepsilon$$ (STOFLLS, 1953)

$$\log(h) = \beta_0 + \beta_1 / d + \varepsilon$$ (CURTIS, 1967)

$$\ln(h) = \beta_0 + \beta_1 / d^2 + \varepsilon$$

$$h = \beta_0 + \beta_1 / d + \varepsilon$$

$$h = \beta_0 + \beta_1 d + \beta_2 d^2 + \varepsilon$$

FIM

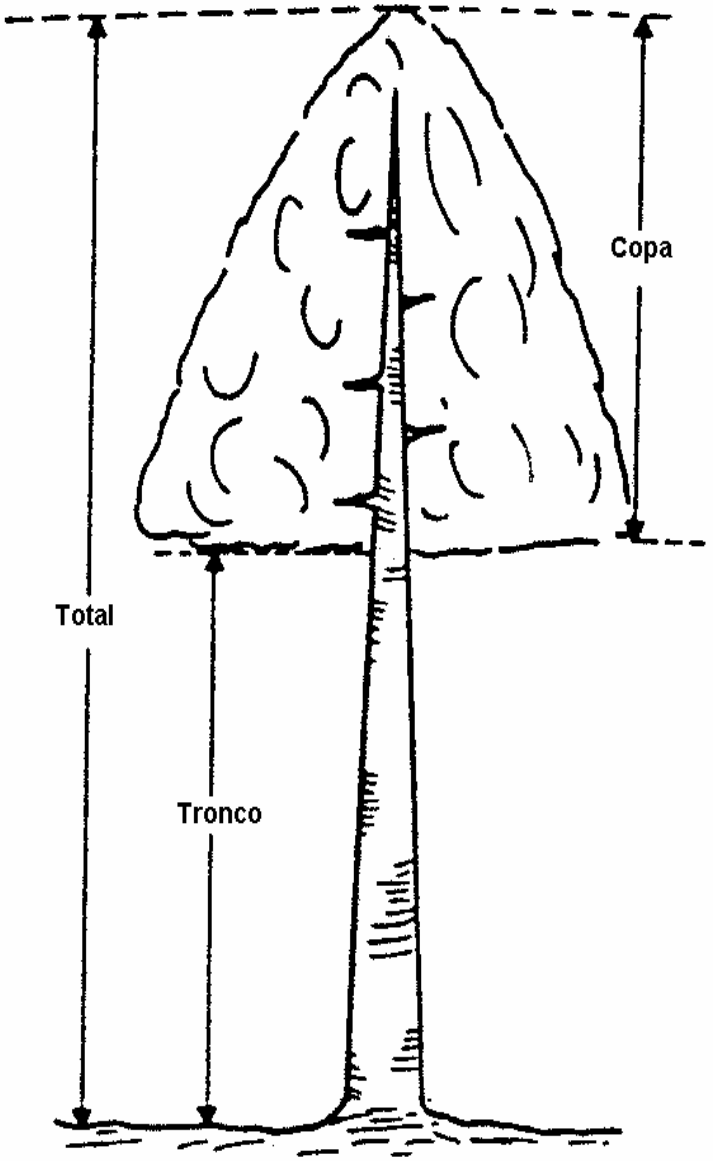
Referências

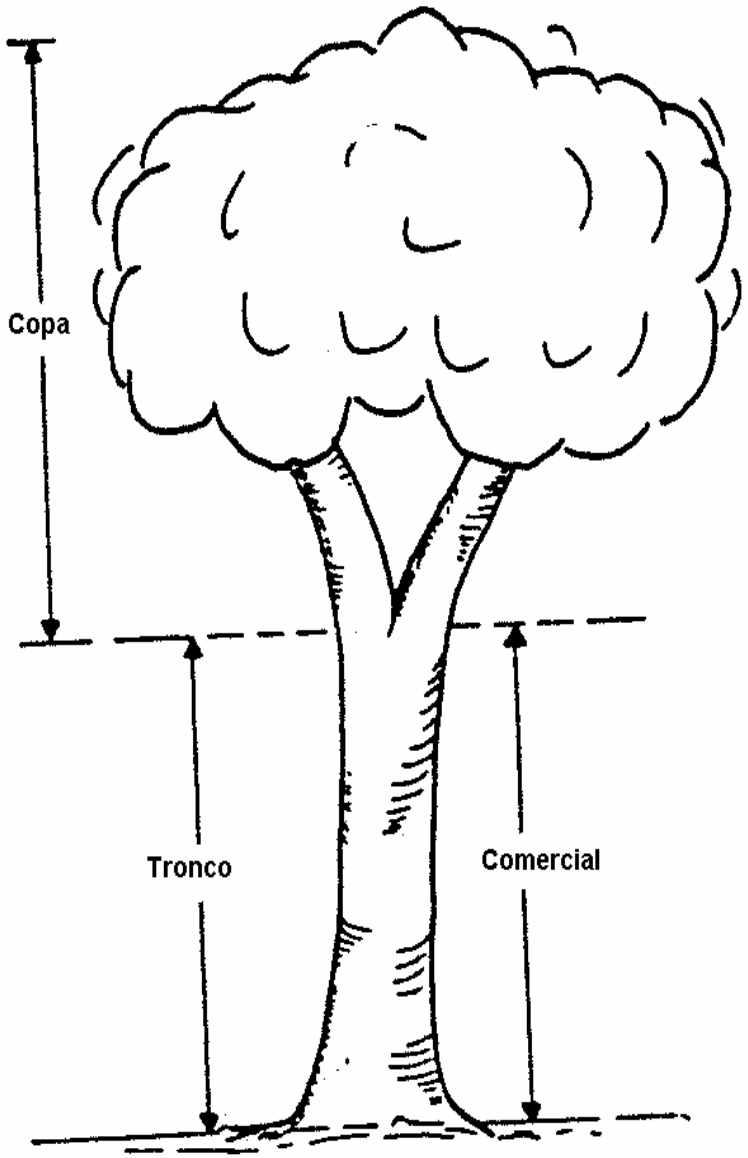
CAMPOS, J. C. C. **Dendrometria.** I parte. Viçosa, MG: Impresa Universitária. 1993. 43p.

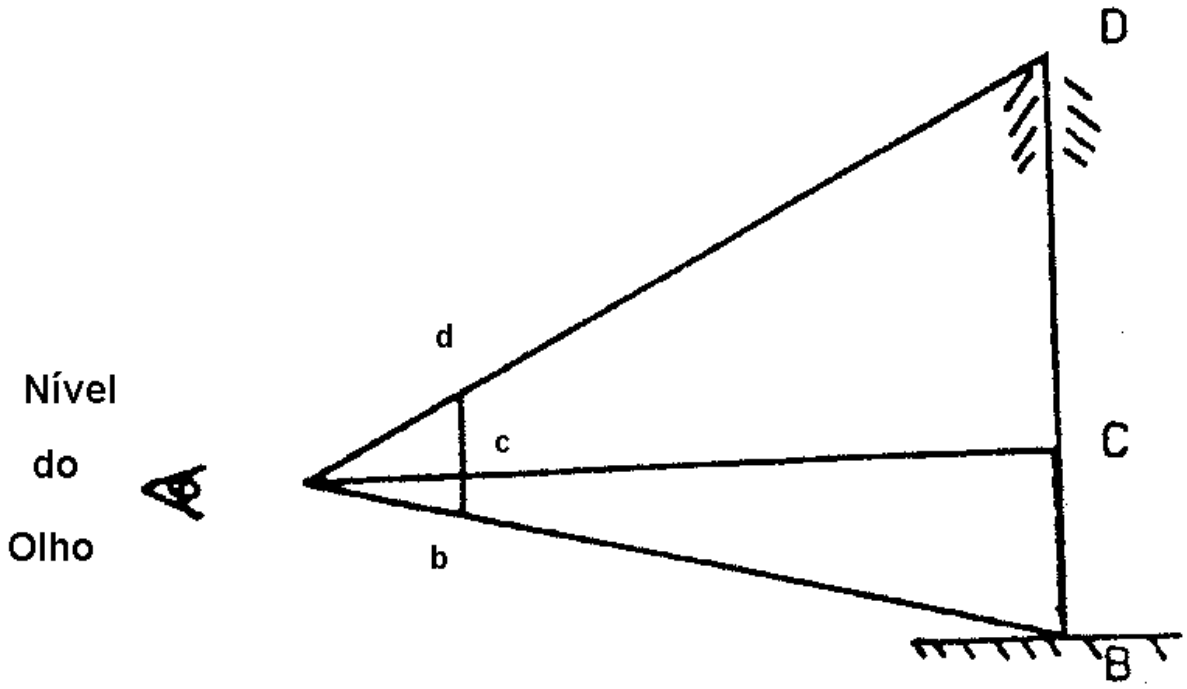
CAMPOS, J. C. C.; LEITE, H. G. **Mensuração Florestal: perguntas e respostas**. Viçosa: UFV, 407 p., 2009.

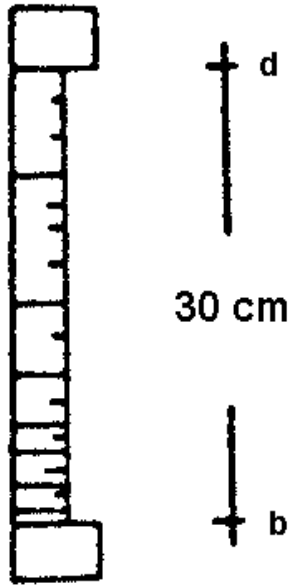
FINGER, C. A. G. **Fundamentos de biometria florestal**. Santa Maria: UFSM, 1992. 269p.

MACHADO, S. A.; FIGUEIREDO FILHO, A. **Dendrometria**. Curitiba: UFPR, 2003. 309p.


Copa
Total
Tronco


Copa
Tronco
Comercial





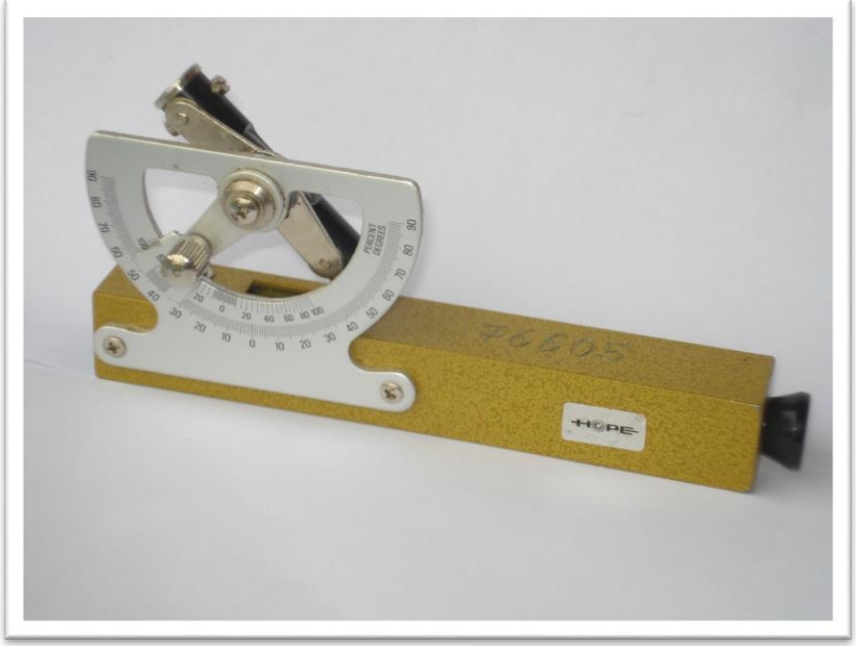
$$\frac{\overline{BD}}{\overline{bd}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{bc}}$$

BD = altura total da árvore;

BC = comprimento da baliza auxiliar apoiada na parte inferior do fuste da árvore;

bd = tamanho do hipsômetro (≈ 30cm);

bc = escala do instrumento.



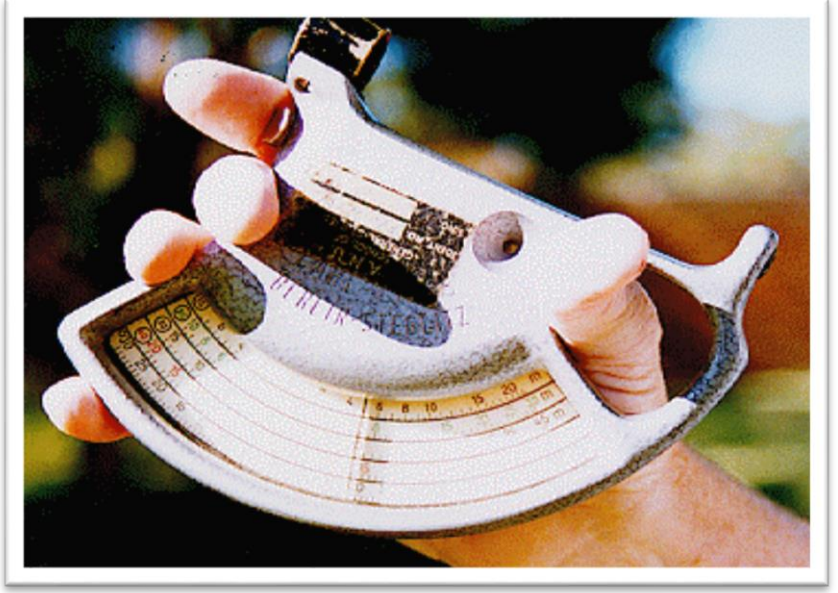
Nível de Abney

Clinômetro Suunto

Clinômetro Digital

Figura 1 – Clinômetros utilizados para medir a altura das árvores

Hipsômetro Suunto

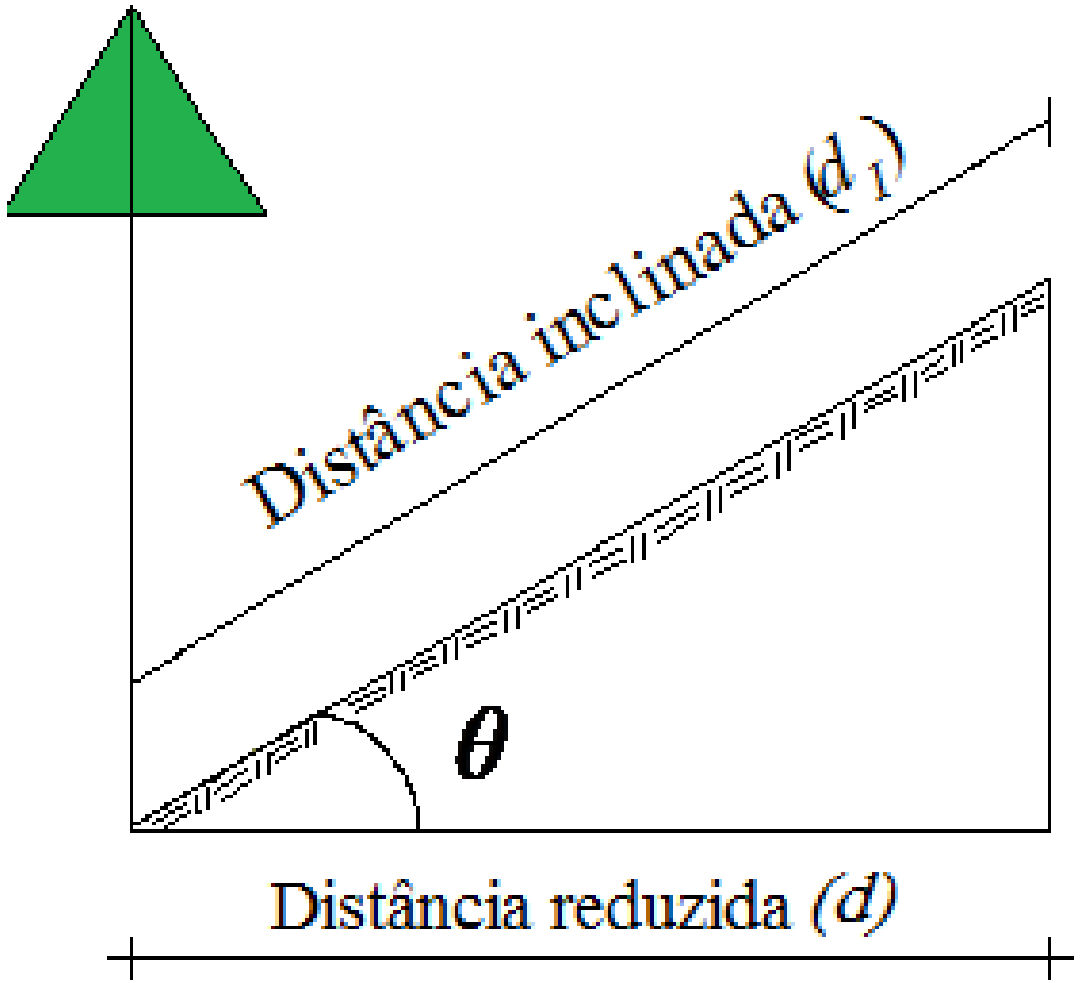


Hipsômetro Blume-Leiss

Hipsômetro Haga

Vertex

Figura 2 – Hipsômetros utilizados para medir a altura das árvores



$$\cos(\theta) = \frac{d_{horiz}}{d_{incl}} \quad \rightarrow \quad d_{incl} = \frac{d_{horiz}}{\cos(\theta)}$$

Figura 3 – O problema do terreno inclinado na medição altura